Johannes Kepler Universität Linz
Institut für Theoretische Physik

Übung zu Theoretischer Physik II für LA (Quantenmechanik und Thermodynamik) SS2005

8.Übungstermin: 24.5.2005

15.) Spin I:
Ein unpolarisierter Teilchenstrahl (z.B. Neutronen) mit einem Spin $\frac{1}{2}$ bewegt sich mit konstanter Energie (bzw. Geschwindigkeit v_0) in Richtung x.

a.) Der Strahl geht durch ein inhomogenes B-Feld (Richtung z; Stern-Gerlach-Experiment). In welchen Zustand können die einzelnen Teilchen nach dem Durchgang sein (und mit welcher Wahrscheinlichkeit)?

b.) Jener Teilstrahl mit dem größeren Eigenwert geht durch einen weiteren Feldgradienten in z-(bzw. x-) Richtung. In welchen Zustand können die einzelnen Teilchen nach dem Durchgang sein (und mit welcher Wahrscheinlichkeit)?

c.) Jener Teilstrahl aus a.) mit dem kleineren Eigenwert geht durch ein homogenes Magnetfeld $\vec{B} = (0, B_0, 0)$ der Länge l. Danach steht wieder ein Feldgradient in z-Richtung. In welchen Zustand können die einzelnen Teilchen nach dem Durchgang sein (und mit welcher Wahrscheinlichkeit)?
Hinweis: Bestimmen Sie zuerst die Eigenwerte und Eigenstände von H, der die Dynamik im konstanten homogenen B-Feld beschreibt, und stellen Sie dann den Zustand aus a.) durch die Eigenzustände von H dar.

d.) Eine etwas abgeänderte Vorrichtung: Zusätzlich zu c.) befindet sich auf halber Strecke ($l/2$) ein Feldgradient in z-Richtung. In welchen Zustand können die einzelnen Teilchen nach dem Durchgang durch den letzten Gradienten sein (und mit welcher Wahrscheinlichkeit)?

16.) Spin II:
Voraussetzungen wie bei Bsp 19.)
Ein homogenes B-Feld ist um den θ zur z-Achse geneigt.

a.) Bestimmen Sie zuerst den Hamiltonoperator in der $|+z> - |-z>$-Basis und damit die Eigenwerte und Eigenzustände.

b.) Für dem homogenen B-Feld steht ein Stern-Gerlach-Magnet (Richtung z). Geben Sie in Abhängigkeit der Flugdauer im B-Feld τ die Wahrscheinlichkeit an, den Zustand nachher im $|+x>$ bzw. $|-z>$ zu finden.

B5.) Spin III :

a.) Bestimmen Sie die Eigenvektoren und Eigenwerte der 3 Paulischen Spin-Matrizen.

b.) Bestimmen Sie $S^{\pm} := S_x \pm iS_y$. Berechnen Sie die Wirkung von $S^{\pm}$ auf die Eigenvektoren von S_z.

c.) Ein System befindet sich im Zustand $\chi = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$ in der Basis der Eigenvektoren von S_z. Bestimmen Sie $< S_x >, < \Delta S_x >, < S_y >$ und $< \Delta S_y >$.

B6.) Spin IV:
Ein Spin habe den Wert $S^2 = \hbar^2 \frac{15}{4}$

a.) Welche Werte kann S_z annehmen?

b.) Wählen Sie für die Eiegnvektoren von S_z die kanonische Darstellung. Wie sieht dann die Matrixdarstellung von S_z aus?

B7.)Mehrteilchensystem V:
Ein System besteht aus 2 nicht wechselwirkenden Spins und befindet sich im Zustand (↑=up, ↓=down)

$$\chi = \lambda[|\uparrow>|\downarrow> + |\downarrow>|\uparrow>] + \mu[|\uparrow>|\downarrow> - |\downarrow>|\uparrow>]$$

a.) Berechnen Sie $S^2\chi$ (wobei S= Gesamtspin)

b.) Welche Werte muessen λ u μ annehmen, damit s=0 bzw s=1 gilt ($EW S^2 = \hbar^2 s(s+1)$)?

c.) Berechnen Sie nun die "Korrelation" $< 0,0|\vec{S1} \cdot \vec{a}\vec{S2} \cdot \vec{b}|0,0 >$, wobei $\vec{a}$ und $\vec{b}$ beliebige (Einheits)vektoren im Raum sind.