

5. **Satz von Stokes**

Sei  $\mathbf{A}$  das Vektorfeld

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ z \\ -y \end{pmatrix} f(r) \quad \text{wobei} \quad r = |\mathbf{r}|. \quad (1)$$

Verifiziere den Satz von Stokes, welcher das Linienintegral mit einem Oberflächenintegral verbindet:

$$\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r} = \iint_S (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{n} d\sigma \quad (2)$$

wobei  $S$  eine Kreisscheibe in der  $y - z$  Ebene sei.  $C$  sei der Rand der dieser Scheibe und  $\mathbf{n}$  der Normalvektor auf  $S$ .

6. **Krummlinige Koordinaten**

Bestimmen Sie die Divergenz eines beliebigen Vektorfeldes

$$\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}) \quad (3)$$

in Polarkoordinaten.

7. **Ladungsverteilung bei vorgegebenen Potential**

Gegeben sei das Potential

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{q}{r} e^{-\alpha r} \quad (4)$$

wobei  $q$  die Ladung und  $\alpha$  eine reelle positive Zahl ist. Welche Ladungsdichte  $\rho$  gehört zu diesem Potential? Interpretieren Sie das Ergebnis; vergleichen Sie mit der zum Potential  $\phi(\mathbf{r}) = \frac{q}{r}$  gehörenden Ladungsdichte und berechnen sie die Gesamtladung.

8. **Potential einer Linienladung**

Bestimme das Potential

$$\phi(\mathbf{r}) = \int d^3 r' \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad (5)$$

für ein homogen geladenes Stück Draht, der Länge  $l$  und Ladungsdichte  $\lambda$ , welches sich auf der  $z$ -Achse befindet. Also  $\rho(\mathbf{r}) = \lambda \delta(x) \delta(y)$  für  $-\frac{l}{2} < z < \frac{l}{2}$ . Welche Form haben die Äquipotentialflächen. Betrachte auch den limes  $l \rightarrow \infty$ . Vergleiche mit dem Potential eines unendlich langen Drahtes, bestimmt mittels des Gauss'schen Satzes.

Hinweis: Das Problem vereinfacht sich in elliptischen Koordinaten.