

13. **Dipole**

Gegeben zwei Dipole \mathbf{p}_1 und \mathbf{p}_2 , deren Richtungen in einer Ebene liegen, und die einen fixen Abstand r voneinander haben. Die Richtung des Dipols \mathbf{p}_1 sei unveränderlich (sie kann durch einen Winkel θ_1 relativ zu einer Geraden in der Ebene beschrieben werden). Die Richtung von \mathbf{p}_2 (beschrieben durch einen Winkel θ_2) sei veränderlich. Berechnen Sie θ_2 als Funktion von θ_1 und r .

14. **Spitzenwirkung**

In der Nähe von Ecken und Spitzen der Oberfläche geladener Leiter entstehen schon bei kleinen Spannungen sehr hohe Feldstärken.

- (a) Jede physikalische Ecke oder Spitze kann in erster Näherung als Teil einer Kugeloberfläche mit kleinem Krümmungsradius R angesehen werden. Zeigen Sie, dass sich auf einer leitenden Kugel vom Radius R und der Spannung V gegen Unendlich das elektrische Feld wie $1/R$ verhält.
- (b) Vergleichen Sie für ein leitendes Rotationsellipsoid mit den Halbachsen a und b und der Ladung Q die Feldstärken an den Orten größter und kleinster Flächenkrümmung, indem sie das Verhältnis der Feldstärken durch die dort vorliegenden Gauß'schen Krümmungen ausdrücken.

Hinweis: Sie können das Resultat von Bsp. 8 verwenden. Gauß'sche Krümmung = Produkt der beiden Hauptkrümmungen.

15. **Spiegelladungen**

Eine Ladung q befinde sich am Ort $(a, a, 0)$. Der Raum wird begrenzt durch zwei Ebenen, welche aufgespannt werden durch $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z$ und $\mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$. Wo befinden sich die Spiegelladungen? Berechnen Sie das Potential dieser Anordnung. Was ist das Dipol und das Quadrupolmoment für $r \gg a$?

16. **Orthogonale Polynome**

Auf der Oberfläche einer Hohlkugel vom Radius R , aus der am Nordpol eine durch den Öffnungswinkel $\theta = \alpha$ definierte Kugelkappe herausgeschnitten ist, befinde sich eine homogen verteilte Ladung der Dichte $Q/4\pi R^2$.

- (a) Man zeige, dass sich das Potential innerhalb des Kugelvolumens in der Form

$$\Phi = \frac{Q}{2} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{2l+1} [P_{l+1}(\cos \alpha) - P_l(\cos \alpha)] \frac{r^l}{R^{l+1}} P_l(\cos \theta) \quad (1)$$

schreiben lässt, wobei für $l = 0 - P_{l-1}(\cos \alpha) = -1$ zu setzen ist. Wie lautet das Potential außerhalb des Kugelvolumens.

- (b) Man bestimme den Betrag und die Richtung des elektrischen Feldes im Ursprung.
- (c) Man diskutiere die asymptotischen Formen des in (a) bzw. (b) erhaltenen Potentials und elektrischen Feldes, wenn die Kugelkappe sehr klein und so groß wird, dass die ladungsbelegte Fläche zu einer kleinen Kugelkappe am Südpol wird.