8. Übung theoretische Physik III Institut für theoretische Physik, JKU Linz
WS 2009 Übungstermin: 16.12.2009

37. **Lineare Antenne**
Die Stromverteilung einer linearen Antenne ist durch

$$\mathbf{j}(\mathbf{r},t) = I \sin\left(\frac{kd}{2} - k|z|\right)\delta(x)\delta(y)e^{-i\omega t}\mathbf{e_z}, \qquad \text{für} \qquad |z| < \frac{d}{2} \tag{1}$$

gegeben. Berechnen Sie das retardierte Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ in großer Entfernung von der Antenne (ohne die Näherung $d \ll \lambda$). Berechnen Sie auch den Poyntingschen Vektor in der Fernzone (Näherung $r \gg \lambda$).

38. **Richtantenne**
Es seien $2N+1$ Antennen entlang der x-Achse in Abständen $\lambda/2$ symmetrisch zum Ursprung angeordnet. Sie strahlen als in z-Richtung polarisierte Dipole phasengleich mit der Wellenlänge λ.

Berechnen Sie die abgestrahlte Energie als Funktion der Winkel θ und ϕ (Kugelkoordinaten) in der Fernzone und skizzieren Sie die Winkelverteilung in der x,y-Ebene, wobei der zeitliche Mittelwert des Poynting'schen Vektors zu betrachten ist.

39. **Rutherford-Atom**
Im Rutherford-Model für das Atom bewegt sich das klassische Elektron auf einer Kreisbahn um den Kern. Ein Wasserstoffatom erscheint dabei als rotierender Dipol, der Energie durch Strahlung verliert. Starten Sie mit dem Elektron beim Bohr-Radius $r(t=0) = a_0 = 0.529\mathring{A}$ und machen Sie eine Abschätzung der Lebensdauer des Wasserstoffatoms in diesem Model. Interpretieren Sie das Ergebnis.

40. **Coulomb-Eichung und Kausalität**
Zeigen Sie das in der Coulomb-Eichung das Vektorpotential bestimmt wird durch

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \mathbf{A}_H(\mathbf{r},t) + \frac{\mu}{4\pi}\int d^3r'dt'\frac{\delta(c(t-t')-|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}[\mathbf{j}(\mathbf{r}',t') - \epsilon\nabla\dot{\phi}(\mathbf{r}',t')] \tag{2}$$

wobei $\mathbf{A}_H(\mathbf{r},t)$ das homogene Vektorpototential ist. Zeigen Sie das daraus die Kausalität des Magnetfeldes $\mathbf{B}$ folgt:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{\mu}{4\pi}\int d^3r'dt'\frac{\delta(c(t-t')-|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}[\nabla_{r'} \times \mathbf{j}(\mathbf{r}',t')] \tag{3}$$

Hinweis: Phys.Rev. A, Volume 38, Number 9, (1988)