<u>**10. Übung theoretische Physik I**</u> — Institut für theoretische Physik, JKU Linz

WS 2008 — Übungstermin: 12.12.2008

37. **Vier Massen auf Ring**

Vier Massen sind frei gleitend auf einem Ring angeordnet, je zwei gegenüberliegende davon gleich schwer; benachbarte Massen sind über harmonische Federn mit Federstärke $k$ verbunden (siehe Skizze).

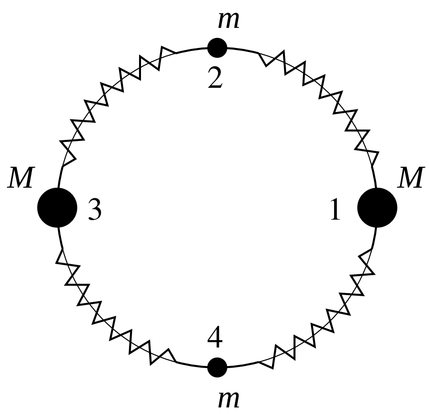


Abbildung 1: Skizze zu Beispiel 37.

Bestimmen Sie die Lagrangefunktion des Systems und daraus Eigenmoden und Eigenfrequenzen (4 Stück!).

*Hinweis:* Dies führt dazu, eine 4×4 Matrix zu diagonalisieren (bzw. Eigenwerte zu finden, Determinante berechnen etc.). Eine unschöne Aufgabe. Sie können jedoch mit physikalischer Intuition alle vier Eigenmoden erraten, daraus die Eigenfrequenzen bestimmen und sich somit viel Arbeit ersparen.

*Notation:* Der Radius des Kreises sei mit $R$ bezeichnet, benennen Sie die zu den Massen gehörenden Koordinaten wie in der Skizze angedeutet. Mit positiver Richtung im Uhrzeigersinn.

38. **Ebenes Dreifachpendel**

Betrachten Sie ein ebenes Dreifachpendel mit drei Gleichen Massen $m$ und drei gleich langen (masselosen) Seilen der Länge $l$. Das erste Seil ist im Koordinatenursprung festgemacht, am anderen Ende befindet sich die erste Masse an der auch das zweite Seil befestigt ist etc., siehe Skizze.

(a) Bestimmen Sie kinetische und potentielle Energie. Entwickelen Sie diese Ausdrücke für kleine Winkel $\varphi_i$. Schreiben Sie die Lagrangefunktion hierfür als Matrix auf (d.h. $\mathcal{L} = \dot{\boldsymbol{q}}\,\hat{\mathrm{T}}\,\dot{\boldsymbol{q}} + \cdots$).

(b) Bestimmen Sie die Egenwerte (für kleine Auslenkungen).

(c) Wie ändern sich obige Ausdrücke wenn die oberste Masse gegen 0 geht? Berechnen Sie auch hierfür dir Eigenfrequenzen.

39. **Dreiatomiges Molekül**

Ein Molekül bestehe aus drei gleichartigen Atomen die untereinander wie mit einer Feder verbunden wechselwirken. Die Atome sind an den Eckpunkten eines rechtwinckeligen, gleichschenkeligen (Schenkellänge $l$) Dreieck angeordnet.

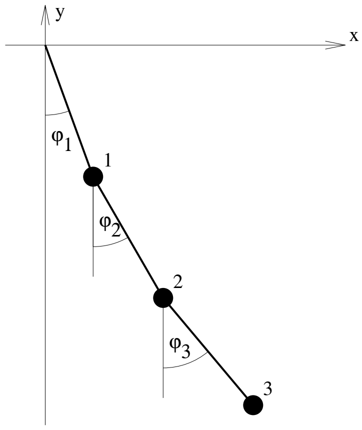


Abbildung 2: Skizze zu Beispiel 38.

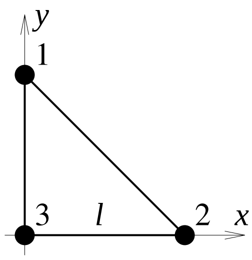


Abbildung 3: Skizze zu Beispiel 39.

Bestimmen Sie die Eigenwertgleichung für kleine Auslenkungen und lösen Sie diese (Sie dürfen annehmen, dass sich die Atome nur in einer Ebene bewegen).

*Hinweis:* Legen Sie das Koordinatensystem in den Schwerpunkt des Systems und reduzieren Sie damit die Dimensionalität des Problems von 6 auf 4 (die Bewegung des Schwerpunkts ist uninteressant), bestimmen Sie die Lagrangefunktion zuerst allgemein und führen Sie erst dann generalisierte Koordinaten ein.

40. **Lineare Kette**
Betrachten Sie eine lineare (eindimensionales Problem), monoatomare (gleiche Massen) Kette (Abstand $a$). Die Homogenität des Systems legt Auslenkungen in Form ebener Wellen,

$$q(x,t) = A\,\exp\{i\,(k\,x - \omega\,t)\}\ ,$$

wobei $A$ die Amplitude, $k$ der Wellenvektor und $\omega$ die Kreisfrequenz der Welle sind, Nahe. Die Auslenkung $q(x)$ macht bei eine Kette natürlich nur an denjenigen Stellen Sinn, wo auch eine Masse vorhanden ist, also

$$q_r(t) = A\,\exp\{i\,(k\,a\,r - \omega\,t)\}\ .$$

Stellen Sie die Bewegungsgleichung für die $r$te Masse auf, setzen Sie obigen Ansatz ein und leiten die daraus die Dispersionsrelation ab (nur bestimmte Kombinationen von $k$ und $\omega$ sind erlaubt, mit Skizze!). Was passiert, wenn $k > \frac{\pi}{a}$?

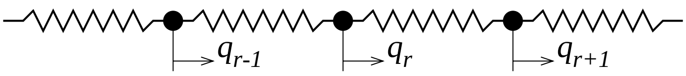


Abbildung 4: Skizze zu Beispiel 40.