31. Eine Punktladung q bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit $\mathbf{v}$.

- Berechnen Sie die retardierten Liénard-Wiechert Potentiale für das Problem.
- Berechnen Sie aus den Liénard-Wiechert Potentialen das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ und die magnetische Induktion $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ der bewegten Ladung.

32. Berechnen Sie die Potentiale $\mathbf{A}$, ϕ für den Herz'schen Dipol:

- Nehmen Sie dazu an, zwei Ladungen q und $-q$ befinden sich im Abstand $w(t)$ voneinander an den Orten $\frac{w(t)}{2}\mathbf{e}_x$ und $-\frac{w(t)}{2}\mathbf{e}_x$.
- Superponieren Sie die Lienard-Wiechert Potentiale der beiden Ladungen, und führen Sie den Limes $q \to \infty$, $w(t) \to 0$ so durch, daß $qw(t) = p(t)$ gilt.
- Berechnen Sie den Poynting-Vektor in der Fernzone.

33. Für ein simples Modell einer Antenne der Länge d nehmen Sie an, daß die Antenne von der Stromdichte

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \delta(x)\delta(y)I_0 e^{-i\omega t} \sin\left[k\left(\frac{d}{2} - |z|\right)\right] \theta\left(\frac{d}{2} - |z|\right) \mathbf{e}_z$$

durchflossen wird.

- Berechnen Sie das Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ und die magnetische Induktion $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ im Fernfeld.
- Berechnen Sie den Poynting-Vektor im Zeitmittel $\langle \mathbf{S} \rangle$ und die in einen Raumwinkel abgestrahlte mittlere Energie $\epsilon(\Omega) = \langle \frac{dE}{d\Omega} \rangle$.
- Betrachten Sie den Fall, in dem für die Wellenlänge $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ des Eingangssignals die Beziehung

$$d = m\frac{\lambda}{2} \quad \text{mit} \quad m = 1, 2, 3, \ldots$$

gilt. Skizzieren Sie $\epsilon(\Omega)$ für $m = 1, 2, 3$.

Hinweis zur Fernfeldnäherung: Im Fernfeld wird $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ normalerweise entwickelt,

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \approx r\left(1 - 2\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'}{r^2}\right)^{\frac{1}{2}} \approx r\left(1 - \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'}{r^2}\right),$$

und der Term $\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'}{r^2}$ gegen 1 vernachlässigt. Diese Näherung ist *nicht* zulässig für die komplexe Phase $e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$. Warum? Was würde das bedeuten? Entwickeln Sie für dieses Beispiel die Phase bis zum linearen Term!