46. Leiten Sie die Bedingungen her, die die Felder $\mathbf{E}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$ und $\mathbf{H}$ an der Grenzfläche zweier Medien erfüllen müssen. Die Flächenladungsdichte an der Grenzfläche sei dabei σ, die Flächenstromdichte $\mathbf{K}$.

47. In einen rechteckigen Plattenkondensator (Fläche der Platten: $A = a \cdot b$, Plattenabstand: d) wird ein Dielektrikum (Dielektrizitätskonstante ϵ) in Richtung der Kante a ein Stück x weit eingeschoben.

    (a) Bestimmen Sie die Felder $\mathbf{D}$ und $\mathbf{E}$ unter Vernachlässigung von Randeffekten bei konstanter Ladung der Platten ($+Q$, $-Q$). Wie verteilt sich die Ladung auf den Platten?

    (b) Bestimmen Sie die Feldenergie

$$U_{\mathrm{el}} = \frac{1}{8\pi} \int \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} \, d^3\mathbf{r}$$

    als Funktion von x und daraus die auf das Dielektrikum wirkende Kraft F.

48. Der Halbraum $x > 0$ sei mit einem Dielektrikum der Dielektrizitätskonstante ϵ_1 gefüllt, der Halbraum $x < 0$ mit einem anderen Dielektrikum mit ϵ_2. im Punkt $(d, 0, 0)$ $(d > 0)$ befindet sich eine Punktladung q. Bestimmen sie das Potential im gesamten Raum mit Hilfe der Spiegelladungsmethode, sowie die Polarisationsoberflächenladungsdichte und die gesamte Oberflächenladung.

49. Ein Teilchen der Ladung e bewegt sich auf der z-Achse gemäß $z(t) = a \cos \omega_0 t$.

    (a) Berechnen Sie unter Verwendung der Liénard-Wiechertschen Felder die über die Zeit gemittelte Winkelverteilung der Strahlungsleistung für den *nichtrelativistischen* Grenzfall.

    (b) Für ein *relativistisches* Teilchen gilt

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^2 c \beta^4}{32\pi a^2} \frac{4 + \beta^2 \cos^2\theta}{(1 - \beta^2 \cos^2\theta)^{\frac{1}{2}}} \sin^2\theta, \tag{1}$$

    mit $\beta = a\omega_0/c$. Fertigen Sie eine Skizze der Winkelverteilung für ein nichtrelativistisches und ein relativistisches Teilchen an.

50. (Bonusbeispiel) *Zeigen* Sie Gleichung (1).

    Hinweis: Zeigen Sie zuerst, daß die zur Zeit t in den Raumwinkel Ω abgestrahlte Leistung

$$\frac{dP(t)}{d\Omega} = \frac{e^2 c \beta^4}{4\pi a^2} \frac{\sin^2\theta \cos^2(\omega_0 t)}{(1 + \beta \cos\theta \sin(\omega_0 t))^5}$$

    ist. Führen Sie nun die Zeitmittelung durch.