Johannes Kepler Universität Linz
Institut für Theoretische Physik

Übung zu Theoretischer Physik II für LA (Quantenmechanik und Thermodynamik) SS2005

4.Übungstermin: 19.4.2005

B2.) kohärenter Zustand des HO:

- a.) Zeigen Sie zuerst, dass es sich bei $|\alpha >:= e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n>$ um einen Eigenzustand des Absteigeoperators a handelt. (mit $\alpha \in \mathbb{C}$)
- b.) Wie lautet der Eigenwert?
- c.) Welche Wirkung hat $a^\dagger$ auf diesen Zustand?
- d.) Sind die beiden unterschiedlichen kohärenten Zustände $|\alpha >, |\beta >$ orthogonal?
- e.) Bestimmen Sie $< x >, < x^2 >, < \Delta x >, < p >, < p^2 >$ und $< \Delta p >$.
- f.) Wie entwickelt sich $|\alpha >$ zeitlich? Geben Sie $|\alpha(t) >$ an (Hinweis: Sie kennen die zeitliche Entwicklung der einzelnen $|n >$).
- g.) Was ergibt sich für $< x > (t), < x^2 > (t), < \Delta x > (t), < p > (t), < p^2 > (t)$ und $< \Delta p > (t)$

B3.) Streuung und Tunneleffekt:
Ein Teilchen fällt von links auf eine rechteckige Potenzialbarriere der Höhe (V_0) ein. $V(x) = V_0 \theta(a + x)\theta(a - x)$

- a.) Bestimmen Sie sowohl für $E < V_0$ als auch $E > V_0$ die Lösungen der Schrödingergleichung (zumindest) in den beiden äußeren Bereichen.
- b.) Berechnen Sie daraus die Wahrscheinlichkeitsströme (zumindest) in den beiden äußeren Bereichen.
- c.) Was erhalten Sie die für den Reflexions- bzw. Transmissionskoeffizient in Abhängigkeit der Energie.

Hinweis: Die Stetigkeitsbedingungen bei $-a$ bzw. a können Sie in Matrixform kompakt anschreiben, wobei die beiden Matrizen eine analoge Form bis auf den Parameter a bzw. $-a$ haben. Damit können Sie einen Zusammenhang zwischen den Größen der beiden äußeren Bereiche herstellen.

7.) Delta-Funktion Fouriertransformation:
Die Dirac Delta-Funktion ist als Limes der folgenden gewöhnlichen Funktionen darstellbar

- a.) $\delta(x) = c_L \lim_{a\to 0} \frac{a}{x^2+a^2}$
- b.) $\delta(x) = c_G \lim_{a\to 0} \frac{1}{a} e^{-x^2/a^2}$
- c.) $\delta(x) = c_E \lim_{a\to 0} \frac{1}{2a} e^{-|x|/a}$
- d.) $\delta(x) = c_S \lim_{a\to 0} \frac{\sin(x/a)}{x}$

Skizzieren Sie obige Funktionen. Wie ändern sie sichfür $\lim_{a\to 0}$?
Bestimmen Sie die Konstanten unter Verwendung von $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)dx = 1$.
Führen Sie für die 3.Darstellung eine Fouriertransfomation durch d.h. werten Sie $\int -\infty^{\infty} \frac{1}{2a} e^{-|x|/a} e^{-ikx} dx$ aus.
Was ergibt diese Integral für $\lim_{a\to 0}$?
Die Ableitung der Delta-Funktion iat durch den Limes

$$\delta'(x) = c_L \lim_{a\to 0} \frac{d}{dx} \frac{a}{x^2 + a^2}$$

gegeben. Zeigen Sie durch partielle Integration, dass $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta'(x - x_0)dx = -f'(x_0)$ gilt.
Freiwillig: die Heaviside-Funktion ist durch $\theta(x) = \int_{-\infty}^{x} \delta(y)dy$ definiert. Bestimmen Sie $\int_{-a}^{b} \theta'(x)f(x)$

8.) "Bestimmen" Sie für folgendes Potenzial die möglichen gebundenen und freien Zustände. Geben Sie dafür die Energieeigenwerte an.

$$V(x) = \begin{cases} \infty & \text{für} \quad x < 0 \\ -V_0 & \text{für} \quad 0 \geq x \geq a \\ 0 & \text{für} \quad x > a \end{cases}$$

a.) Wann existieren gebundene Zustände?

b.) Was ändert sich, wenn V_0 größer wird?

c.) Was ändert sich, wenn a größer wird?