Johannes Kepler Universität Linz
Institut für Theoretische Physik

Übung zu Theoretischer Physik II für LA (Quantenmechanik und Thermodynamik) SS2005

5.Übungstermin: 26.4.2005

9.) Baker-Hausdorff:

Beweisen Sie das Baker-Hausdorff-Theorem für 2 Operatoren A und B:
Falls A und B mit [A,B] vertauscht, so gilt

$$e^{A+B} = e^{A}e^{B}e^{-[A,B]/2}$$

Hinweis: Leiten Sie für den Operator $F(t) = e^{At}e^{Bt}$ die Differentialgleichung $F' = (A + B + t[A, B])F$ her und lösen Sie diese für $F(t = 1)$.

10.)Potenzial mit Delta-Peaks:

a.) Ein Teilchen (Masse M, Energie $E\frac{\hbar k_0^2}{2M}$) fällt von links auf das Potential $V(x) = V_0\delta(x)$. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsströme und daraus den Reflexions- bzw. Transmissionskoeffizienten (r, t) bei gebebenem einfallenden Strom. Skizzieren Sie r und t als Funktion von E.

b.) Führen sie obige Rechnungen für das Potential $V(x) = -V_0\delta(x)$ aus.

c.) Führen sie obige Rechnungen für das Potential $V(x) = (V_0+i\epsilon)\delta(x)$ aus. Betrachten sie speziell die Erhaltung der Wahrscheinlichkeit.

d.) Bestimmen sie für das Potential $V(x) = -U(\delta(x - a) + \delta(x + a))$ gebundene Zustände. Nutzen sie die Symmetrie des Potentials!

B4.) periodisches Potenzial

Zeigen Sie (fast analog wie in der VL), dass folgendes periodisches Potenzial

$$V(x) := U_0 \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta(x - na)$$

auch Lösungen (keine Blochfunktionen) der Form $\psi(x) = e^{\pm\kappa x}u(x)$ mit $u(x + a) = u(x)$ und reellem κ besitzt (Vernachlässigen Sie das Normierungsproblem). Bestimmen Sie für die Lösungen die Energiewerte im Bänderschema.
(Freiwillig: Was erhalten Sie Sie für $U_0 < 0$ und $E < 0$)?