Johannes Kepler Universität Linz
Institut für Theoretische Physik

Übung zu Theoretischer Physik III für LA (Elektrodynamik und Statistik) WS2004/05

13.Übungstermin: 27.1.2005

30.) Harmonischer Oszillator:
Beschreiben Sie ein System aus identischen 1-dimensionalen harmonischen, nicht wechselwirkenden Oszillatoren auf klassischem Niveau des mikrokanonischen Ensembles und bestimmen Sie im thermodynamischen Limes die thermodynamischen Größen wie $E(T)$.
Hinweis: Im Falle der mikrokanonischen Beschreibung hat die Energiehyperfläche die Form eines mehrdimensionalen Ellipsoids, das durch einfache Variablenskalierung auf Kugelform gebracht werden kann; d.h. das Volumen im Phasenraum $\Omega_0(E,N) := \int_{H(\vec{x},\vec{p})\leq E} d^N x d^N p \frac{1}{h^N}$ bzw. $\Omega(E,N) := \int_{H(\vec{x},\vec{p})=E} d^N x d^N p \frac{1}{h^N} = \frac{d}{dE}\Omega(E,N)_0$ läßt sich auf das Volumen einer $2N$-dimensionalen Kugel mt Radius $\sqrt{2mE}$ bringen (warum?) und mit Hilfe der Beziehung aus der Vorlesung (Bsp. ideales Gas $V_N(R) = \frac{\pi^{\frac{N}{2}}}{\frac{N}{2}\Gamma(\frac{N}{2})} R^N \ldots$ Volumen einer N-dimensioanle Kugel mit Radius R) auswerten. Aus $\Omega(E,N)$ lassen sich über $S(E,N)$ die thermodynamischen Beziehungen herleiten.
Diskutieren Sie die thermodynamischen Zustandsgleichungen, die Sie aus obigen Ergebnis herleiten können.

31.) Beschreiben Sie ein System aus identischen 1-dimensionalen harmonischen, nicht wechselwirkenden Oszillatoren

a.) auf klassischem Niveau des kanonischen Ensembles.
Bei der kanonischen Beschreibung gehen Sie folgendermaßen vor:

$$Z_N(\beta) = \left(\int dx \int dp \frac{1}{h} e^{-\beta(\frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 x^2}{2})} \right)^N$$

Werten Sie das Integral aus und berechnen Sie dann $U = \frac{\partial}{\partial\beta} ln(Z_N(\beta))$ und C_V.

b.) Durch eine Laplacetransformation $\int dE e^{-\beta E}\Omega(E,N)$ der Lösung von 30.).

c.) (freiwillig) auf quantenmechanischem Niveau des kanonischen Ensembles; d.h. bestimmen Sie $Z_{qm.}(\beta)$. Vergleichen Sie dieses Ergebnis mit dem klassischen aus a.) speziell für sehr niedrige und sehr hohe Temperaturen.
Hinweis: Bestimmen Sie $Z_N^{qm.}(\beta) = \left(\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta\hbar\omega(n+\frac{1}{2})}\right)^N$, wobei die Summe eine geometrische Reihe ergibt. Aus $Z_N^{qm.}(\beta)$ läßt sich dann $\bar{E}(T)$ und daraus C_V bestimmen.