Johannes Kepler Universität Linz
Institut für Theoretische Physik

Übung zu Theoretischer Physik III für LA (Elektrodynamik und Statistik) WS2004/05

5.Übungstermin: 11.11.2004

11.) Energie

Bestimmen Sie die Energie einer homogen geladenen Hohlkugel (Radius R, Gesamtladung Q) mittels

a.) $\frac{1}{2}\int dV \int dV' \frac{\rho(\vec{x}')\rho(\vec{x})}{|\vec{x}'-\vec{x}|}$

b.) $\frac{1}{4\pi}\int |\vec{E}|^2 dV$,

Was erhalten Sie im Limes $R \to 0$? Ist das Ergebnis physikalisch sinnvoll? Was muß man berücksichtigen?

12.) Variationsrechnung:

Eine Kette der Länge l mit homogener Massendichte ρ wird an den Punkten (-a/0) und (a/0) im Schwerefeld der Erde $\vec{F} = (0, -mg)$ aufgehängt. Welche Form hat die hängende Kette d.h. bestimmen Sie $y(x)$ mit den Randbedingungen $x(-a) = 0$ und $x(a) = 0$ und der Forderung, dass die Gesamtlänge l ist.
Dabei hilft Ihnen die Variationsrechnung, da Sie eine Funktion $y(x)$ suchen, die ein Funktional – in diesem Fall ein Integral bzgl. der potenziellen Energie – minimiert und dabei gewisse Einschränkungen – Länge l – aufweist. Gehen Sie nun folgendmaßen vor

a.) Schreiben Se die gesamte potenzielle Energie U als Integral an (Hinweis: $dU = -gydm = -gy\rho ds$ mit $ds = \sqrt{1+y'^2}$

b.) Schreiben Sie die Nebenbedingung (Länge=l) als Integral an.

c.) Kombinieren Sie beide mittels eines Lagrangeschen Parameters λ zu $\int_{-a}^{a} L(x,y,y')dx = \int_{-a}^{a} g\rho y\sqrt{1+y'^2} + \lambda\sqrt{1+y'^2}$

d.) Werten Sie, wie aus der Mechanik bekannt (kleinste Wirkung), obige Lagrange-Funktion $L(x,y,y')$ aus.